

2.2.18 Násobení zlomků II

Předpoklady: 020217

Př. 1: Vypočti. Výsledky převed' na základní tvar.

a) $\frac{3}{5} + \frac{7}{10}$

b) $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) \cdot 3$

c) $3 \cdot \frac{56}{72}$

d) $6 \cdot \left(\frac{12}{18} + \frac{15}{25}\right)$

a) $\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{6}{10} + \frac{7}{10} = \frac{13}{10}$

b) $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) \cdot 3 = \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{6}\right) \cdot 3 = \frac{3}{6} \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$

c) $3 \cdot \frac{56}{72} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 7}{8 \cdot 9} = \frac{3 \cdot 7}{3 \cdot 3} = \frac{7}{3}$

d) $6 \cdot \left(\frac{12}{18} + \frac{15}{25}\right) = 6 \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right) = 6 \cdot \left(\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3}\right) = 2 \cdot 3 \cdot \frac{19}{3 \cdot 5} = \frac{38}{5}$

Pedagogická poznámka: Pokud si žáci začnou stěžovat, že bod d) je příliš těžký, protože $18 \cdot 25$ je příliš velké číslo, doporučuji jim, aby si zadání pořádně prohlédli.

Př. 2: Převed' zlomky na desetinná čísla.

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{7}{25}$

c) $\frac{21}{60}$

d) $\frac{14}{35}$

e) $\frac{4}{11}$

a) $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75$

b) $\frac{7}{25} = \frac{7 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{28}{100} = 0,28$

c) $\frac{21}{60} = \frac{3 \cdot 7}{3 \cdot 20} = \frac{7}{20} = \frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{35}{100} = 0,35$

d) $\frac{14}{35} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} = 0,4$

e) $\frac{4}{11}$ nejde rozšířit $\Rightarrow \begin{matrix} 4 : 11 = 0,363... \\ 40 \\ 70 \\ 40 \end{matrix} \quad \frac{4}{11} = 0,\overline{36}$

Př. 3: Převed' desetinná čísla na zlomky v základním tvaru.

a) 0,12

b) 0,015

c) 2,1

d) 5,05

a) $0,12 = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$

b) $0,015 = \frac{15}{1000} = \frac{3}{200}$

c) $2,1 = \frac{21}{10}$

d) $5,05 = \frac{505}{100} = \frac{101}{20}$

Př. 4: Kolik je:

a) polovina z jedné čtvrtiny

b) polovina ze dvou pětín

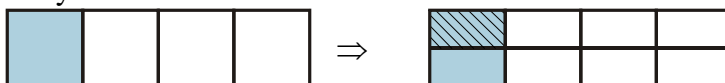
- c) třetina ze tří čtvrtin
e) čtvrtina z pěti šestin

- d) třetina ze dvou třetin

Všechny body graficky znázorni, zapiš jako výrazy se zlomky a tyto výrazy vypočti.

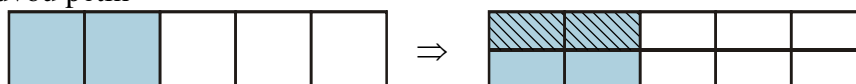
- a) polovina z jedné čtvrtiny

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$



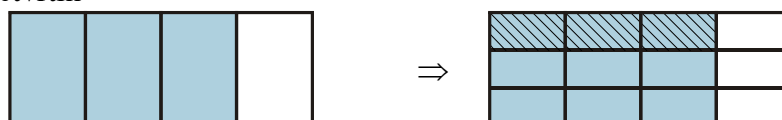
- b) polovina ze dvou pětín

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{10}$$



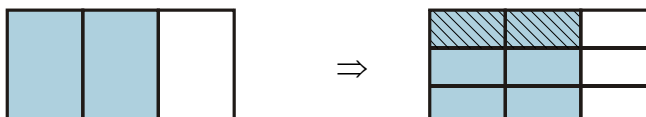
- c) třetina ze tří čtvrtin

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$



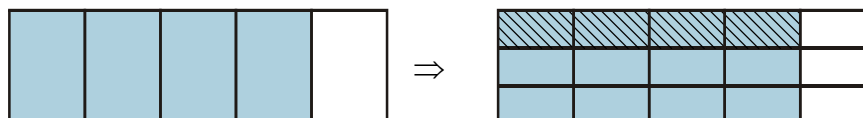
- d) třetina ze dvou třetin

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$



- e) třetina ze čtyř pětín

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$$



Pedagogická poznámka: Pro žáky není zápis pomocí násobení přirozený, i když se s ním setkali už v minulé hodině. Je třeba je v čas postrčit na začátku bodu a). Správné výsledky však získají spolehlivě.

Př. 5: Co mají společného všechny body předchozího příkladu? Jak tento druh násobení provádíme?

Ve všech bodech násobíme zlomek zlomkem, který má jedničku v čitateli. Násobení provádíme tak, že vynásobíme jmenovatele obou zlomků.

Při násobení zlomků, násobíme čítec čítecem a jmenovatel jmenovatelem.

Př. 6: Spočti.

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$

b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2}$

d) $\frac{1}{6} \cdot \frac{12}{11}$

e) $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$

f) $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}$

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$

$$d) \frac{1}{6} \cdot \frac{12}{11} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2 \cdot 6}{11} = \frac{2}{11}$$

$$e) \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$$

$$f) \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

Pedagogická poznámka: V předchozím i následujícím příkladu píšu na tabuli body, ve kterých se krátí během násobení. Žáky, kteří nejdříve vynásobí a pak začnou krátit, zatím nechávám.

Násobení zlomků můžeme provádět různými způsoby:

$$\bullet \frac{1}{6} \cdot \frac{12}{11} = \frac{12}{66} = \frac{2 \cdot 6}{11 \cdot 6} = \frac{2}{11}$$

$$\bullet \frac{1}{6} \cdot \frac{12}{11} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2 \cdot 6}{11} = \frac{2}{11}$$

V čem je druhá možnost lepší než první?

- Nemusíme dvě čísla nejdříve vynásobit a pak zase dělit, abychom zlomek zkrátily.

Proč jsme 12 v čitateli rozložili $12 = 2 \cdot 6$ a ne $12 = 3 \cdot 4$ nebo $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$?

- Ve jmenovateli je číslo 6 $\Rightarrow$ číselník rozkládáme tak, aby se v něm objevilo 6 a mohli jsme krátit.

Při násobení zlomků se snažíme co nejvíce krátit během násobení.

Př. 7: Vypočti.

$$a) 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2}$$

$$b) 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot \frac{1}{9}$$

$$c) \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{5} \cdot 7 \cdot 10$$

$$d) \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$$

$$a) 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 2} = \frac{3}{1} = 3$$

$$b) 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot \frac{1}{9} = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

$$c) \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{5} \cdot 7 \cdot 10 = \frac{2 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5}{7 \cdot 5} = 4$$

$$d) \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{1}{3}$$

Př. 8: Jarka a Věra pracují ve zlomkovém baru. Jejich zákazníky jsou skupiny matematiků různého věku, které si objednávají pouze ve zlomcích. Platí totiž pravidlo, že pokud obsluha spočte útratu špatně, zákazníci mají nárok na poloviční slevu. Spočti, kolik bude každá skupina platit.

a) Matematický kroužek MŠ Sluníčko si objednal sedm půllitrových sklenic kofoly. Litř kofoly stojí 50 Kč, Jarka účtovala 175 Kč.

b) Matematická skupina ZŠ Mrázova vypila devět sklenic džusu o objemu dvou třetin litru. Litř džusu se prodává za 60 Kč, Věra účtovala 300 Kč.

c) Matematický sbor Gymnázia Na růžku zkonzumoval polovinu z osmitřetinového demižonu s moštem. Litř moštu stojí 90 Kč a Jarka účtovala 120 Kč.

d) Matematický klub z domova důchodců v Růžové ulici vypil čtyři pětiny z osmi čtvrtlitrových čajů. Litř čaje prodávají za 50 Kč, Věra účtovala 35 Kč.

a) Matematický kroužek MŠ Sluníčko si objednal sedm půllitrových sklenic kofoly. Litř kofoly stojí 50 Kč, Jarka účtovala 175 Kč.

$$7 \cdot \frac{1}{2} \cdot 50 = \frac{7 \cdot 2 \cdot 25}{2} = 7 \cdot 25 = 175 \text{ Kč}$$

Jarka účtovala správně.

b) Matematická skupina ZŠ Mrázova vypila devět sklenic džusu o objemu dvou třetin litru. Litř džusu se prodává za 60 Kč, Věra účtovala 300 Kč.

$$9 \cdot \frac{2}{3} \cdot 60 = \frac{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 60}{3} = 360 \text{ Kč}$$

Věra účtovala špatně, je lepší chybu nahlásit, pak budou matematici platit polovinu z 360 Kč 180 Kč.

c) Matematický sbor Gymnázia Na růžku zkonsumoval polovinu z osmitřetinového demižónu s moštem. Litř moštu stojí 90 Kč a Jarka účtovala 120 Kč.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot 90 = \frac{2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 30}{2 \cdot 3} = 120 \text{ Kč}$$

Jarka účtovala správně.

d) Matematický klub z domova důchodců v Růžové ulici vypil čtyři pětiny z osmi čtvrtlitrových čajů. Litř čaje prodávají za 50 Kč, Věra účtovala 35 Kč.

$$\frac{4}{5} \cdot 8 \cdot \frac{1}{4} \cdot 50 = \frac{4 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 10}{5 \cdot 4} = 80 \text{ Kč}$$

Věra sice počítala špatně, ale pokud by členové klubu chybu nahlásili museli by platit 40 Kč, takže je lepší chybu nehlásit a zaplatit je 35 Kč.

Př. 9: Vypočti.

a) $3 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{4}{9}$

b) $\frac{1}{5} \cdot 10 \cdot \frac{5}{4}$

c) $\frac{12}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot 7 \cdot 15$

d) $\frac{2}{9} \cdot \frac{15}{14} \cdot \frac{21}{20}$

a) $3 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{4}{9} = \frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 4 \cdot 9} = \frac{1}{9}$

b) $\frac{1}{5} \cdot 10 \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{5}{2}$

c) $\frac{12}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot 7 \cdot 15 = \frac{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5}{7 \cdot 6} = 30$

d) $\frac{2}{9} \cdot \frac{15}{14} \cdot \frac{21}{20} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7}{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{1}{4}$

Shrnutí: Při násobení zlomků násobíme čítec s čítecem a jmenovatel s jmenovatelem.